


МИНОБРНАУКИ РОССИИ  
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ  
ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ  
«ВОРОНЕЖСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»  
(ФГБОУ ВО «ВГУ»)

**УТВЕРЖДАЮ**

Заведующий кафедрой  
функционального анализа  
и операторных уравнений

 Каменский М.И.  
подпись, расшифровка подписи  
25.05.2023 г.

**РАБОЧАЯ ПРОГРАММА УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ**  
Б1.В.06 Дифференциальные уравнения в моделировании  
гистерезисных элементов

- 1. Шифр и наименование направления подготовки:** 02.03.01 математика и компьютерные науки.
- 2. Профиль подготовки:** математическое и компьютерное моделирование.
- 3. Квалификация выпускника:** бакалавр
- 4. Форма образования:** очная
- 5. Кафедра, отвечающая за реализацию дисциплины:** функционального анализа и операторных уравнений
- 6. Составители программы:** Прядко Ирина Николаевна, к.ф.-м.н.
- 7. Рекомендована:** научно-методическим советом математического факультета, протокол от 25.05.2023, № 0500-06
- 8. Учебный год:** 2025-2026 **Семестр(ы):** шестой

## 9. Цели и задачи учебной дисциплины:

Целями освоения учебной дисциплины являются:

- изучение некоторых методов моделирования гистерезисных элементов.

Задачи учебной дисциплины:

- построение моделей некоторых гистерезисных элементов;
- анализ построенных моделей.

**10. Место учебной дисциплины в структуре ООП:** дисциплина относится к части, формируемой участниками образовательных отношений блока Б1.

Основные дисциплины и их разделы, необходимые для усвоения курса «Моделирование гистерезисных элементов»:

- дифференциальные уравнения;
- математический анализ.

**11. Планируемые результаты обучения по дисциплине/модулю (знания, умения, навыки), соотнесенные с планируемыми результатами освоения образовательной программы (компетенциями выпускников):**

Код	Название компетенции	Код(ы)	Индикатор(ы)	Планируемые результаты обучения
ПК-1	Способен проводить работы по сбору, обработке и анализу научно-технической информации и результатов исследований в области математического моделирования физических и экономических процессов методами функционального анализа, а также реализовывать программно соответствующие математические алгоритмы.	ПК-1.1	Обладает базовыми знаниями в области математического и компьютерного моделирования физических и экономических процессов	Знать: постановки классических задач математики; Уметь: корректно формулировать текущие задачи курса; Владеть: достаточным математическим аппаратом для описания возможностей решения поставленной задачи.
		ПК-1.2	Умеет использовать базовые знания в области математического моделирования физических и экономических процессов в профессиональной деятельности	Знать: основные факты курса; Уметь: применять изучаемые факты при решении задач; Владеть: навыком выбора знаний необходимых для решения конкретной задачи.
		ПК-1.3	Имеет навыки выбора методов решения задач профессиональной деятельности на основе теоретических знаний в области функционального анализа	Знать: фундаментальные понятия, определения и свойства основных элементов курса, методы доказательства основных теорем и формул Уметь: формулировать и доказывать основные классические и современные результаты, использовать соответствующие базовые знания в профессиональной деятельности. Владеть: умением придавать задачам конкретной предметной области математическую форму, исследовать получающуюся математическую модель задачи, навыками выбора методов решения задач профессиональной деятельности на основе теоретических знаний

ПК-2	Способен анализировать, систематизировать и обобщать передовой отечественный и международный опыт в области математического и компьютерного моделирования различных процессов	ПК-2.1	Владеет навыками анализа научных обзоров, публикаций, рефератов и библиографий по тематике проводимых исследований на русском и других языках	Знать: основные понятия и определения курса. Уметь: находить схожесть и отличие в понятиях. Владеть: навыком обобщения результатов нескольких утверждений.
		ПК-2.2	Умеет обобщить информацию, полученную с помощью изучения библиографических материалов по тематике научных исследований в сфере математического и компьютерного моделирования	Знать: определения и утверждения, предшествующие данной теореме; Уметь: выбрать ранее изученные факты, на которых необходимо строить доказательство рассматриваемой теоремы; Владеть: навыком строгого обоснования шагов доказательства через ранее доказанные факты и определения.
		ПК-2.3	Имеет практический опыт исследований в конкретной области математического и компьютерного моделирования физических и экономических процессов	Знать: основные стандарты, нормы и правила оформления результатов научно-исследовательских работ  Уметь: четко ставить задачи и грамотно формулировать выводы по результатам исследования  Владеть: навыками оформления результатов научно-исследовательской деятельности в математике и информатике
ПК-3	Способен выбирать методы и описывать процесс исследования, формулировать выводы и оформлять результаты научных работ	ПК-3.1	Знает принципы и этапы построения научной работы, способы научной аргументации	Знать: принципы и этапы построения научной работы, способы научной аргументации Уметь: выбирать подходящие методы решения задач и представлять научные результаты в различных форматах, исследования устойчивости моделей, описывающих реальные процессы. Владеть: навыками дискуссии, способностью публично представлять собственные и известные научные результаты
		ПК-3.2	Умеет выбирать подходящие методы решения задач и представлять научные результаты в различных форматах	
		ПК-3.3	Имеет практический опыт выступлений с научными докладами	

**12. Объем дисциплины в зачетных единицах/час. — 4/144.**

**Форма промежуточной аттестации: экзамен**

**13. Виды учебной работы**

Вид учебной работы	Трудоемкость
	По семестрам

	Всего	№ 6
Аудиторные занятия	50	50
в том числе:	лекции	34
	практические	16
	лабораторные	0
Самостоятельная работа	58	58
в том числе: курсовая работа (проект)		
Форма промежуточной аттестации (экзамен – __ час.)	36	36
Итого:	144	144

### 13.1. Содержание дисциплины

п/п	Наименование раздела дисциплины	Содержание раздела дисциплины
<b>1. Лекции</b>		
1.1	Уравнения с нелинейным дифференциалом	Уравнения с нелинейным дифференциалом как средство моделирования гистерезисных элементов. Связь с ОДУ. Локально явные уравнения. Определения и свойства.
1.2	Неидеальное реле и М – переключатель	Описание неидеального реле. Различные модели, свойства. Гладкие модели реле и их реализация в прикладных программах. Описание и математическая модель М – переключателя. Условия локальной явности. Реле как М – переключатель. Теоремы о глобальной разрешимости и единственности.
1.3	Упор и люфт	Описание, математические модели, свойства.
<b>2. Практические занятия</b>		
2.1	Уравнения с нелинейным дифференциалом	Нахождение решений, исследование продолжимости решений. Проверка локальной явности.
2.2	Неидеальное реле и М – переключатель	Построение выходов. Построение графиков с помощью прикладных пакетов. Проверка свойств.
2.3	Упор и люфт	Построение выходов. Построение графиков с помощью прикладных пакетов. Проверка свойств.
<b>3. Лабораторные работы</b>		

### 13.2. Темы (разделы) дисциплины и виды занятий

№ п/п	Наименование раздела дисциплины	Виды занятий (часов)				Всего
		Лекции	Практические	Лабораторные	Самостоятельная работа	
1.	Уравнения с нелинейным дифференциалом.	10	2	0	8	20
2.	Неидеальное реле. М - переключатель	16	8	0	30	54
3	Упор и люфт	8	6	0	20	34
	Итого	34	16	0	58	108

### 14. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины

В процессе преподавания дисциплины используются такие виды учебной работы, как лекции, практические занятия, а также различные виды самостоятельной работы обучающихся. На лекциях рассказывается теоретический материал, на практических занятиях решаются задачи по теоретическому материалу, прочитанному на лекциях.

Самостоятельная учебная деятельность студентов предполагает выполнение следующих заданий:

1) самостоятельное изучение учебных материалов по разделам 1-3 с использованием основной и дополнительной литературы, информационно-справочных и поисковых систем;

2) подготовку к текущим аттестациям: выполнение домашних заданий, самостоятельное освоение понятийного аппарата по каждой теме.

Вопросы лекционных и практических занятий обсуждаются на занятиях в виде устного опроса – индивидуального и фронтального. При подготовке к лекционным и практическим занятиям, обучающимся важно помнить, что их задача, отвечая на основные вопросы плана занятия и дополнительные вопросы преподавателя, показать свои знания и кругозор, умение логически построить ответ, владение математическим аппаратом и иные коммуникативные навыки, умение отстаивать свою профессиональную позицию. В ходе устного опроса выявляются детали, которые по каким-то причинам оказались недостаточно осмысленными студентами в ходе учебных занятий. Тем самым опрос выполняет важнейшие обучающую, развивающую и корректирующую функции, позволяет студентам учесть недостатки и избежать их при подготовке к промежуточным аттестациям.

Все выполняемые студентами самостоятельно задания подлежат последующей проверке преподавателем. Результаты текущих аттестаций учитываются преподавателем при проведении промежуточной аттестации (6 семестр – экзамен).

## 15. Перечень основной и дополнительной литературы, ресурсов интернет, необходимых для освоения дисциплины

а) основная литература:

№ п/п	Источник
1.	Красносельский М. А. Системы с гистерезисом / Красносельский М.А., Покровский А.В. — М. : Наука, 1983 .— 271 с.
2.	Прядко И.Н. О локально явной модели люфта / И.Н. Прядко // Вестн. Воронеж. Гос. Ун-та. Сер. Физика. Математика .— Воронеж, 2006 .— № 2. — С. 230-234
3.	Прядко И.Н. О графической метрике на множестве функций / И.Н. Прядко, Б.Н. Садовский // Вестник Воронежского государственного университета. Сер. Физика. Математика .— Воронеж, 2008 .— № 1. — С. 261-263

б) дополнительная литература:

№ п/п	Источник
4.	Прядко И.Н. О локально явных моделях некоторых негладких систем / И.Н. Прядко, Б.Н. Садовский // Автомат. и телемех. — 2004. - №10. — С. 40-50 <a href="http://mi.mathnet.ru/at1644">http://mi.mathnet.ru/at1644</a>
5.	Нгуен Тхи Хиен. Гладкая модель реле с гистерезисом / Нгуен Тхи Хиен, Б.Н. Садовский // Автом. И телемех. 2010. № 11. С.100-111 <a href="http://mi.mathnet.ru/at1101-">http://mi.mathnet.ru/at1101-</a>
6.	Моделирование процессов с нелинейностями гистерезисного типа : учебно-методическое пособие / составители М. Б. Зверева [и др.]. — Воронеж : ВГУ, 2016. — 26 с. — Текст : электронный // Лань : электронно-библиотечная система. — URL: <a href="https://e.lanbook.com/book/165343">https://e.lanbook.com/book/165343</a>
7.	Systems with Non-Smooth Inputs: Mathematical Models of Hysteresis Phenomena, Biological Systems, and Electric Circuits : [монография] / J. Appell, Т. Х. Нгуен, Л. П. Петрова, И. Н. Прядко .— Берлин : Walter de Gruyter GmbH, 2021 .— 269 p.— ISBN 978-3-11-070630-7.

в) информационные электронно-образовательные ресурсы:

№ п/п	Источник
8	Лань : электронно-библиотечная система. <a href="https://e.lanbook.com/books">https://e.lanbook.com/books</a>
9	Информационная система Math--Net.Ru

## 16. Перечень учебно-методического обеспечения для самостоятельной работы

№ п/п	Источник
1.	Красносельский М. А. Системы с гистерезисом / Красносельский М.А., Покровский А.В. — М. : Наука, 1983 .— 271 с.
2.	<a href="http://mi.mathnet.ru/at1644">http://mi.mathnet.ru/at1644</a> - Прядко И.Н. О локально явных моделях некоторых негладких систем / И.Н. Прядко, Б.Н. Садовский // Автомат. и телемех.— 2004. - №10. — С. 40-50

3.	Прядко И.Н. О локально явной модели люфта / И.Н. Прядко // Вестн. Воронеж. Гос. Ун-та. Сер. Физика. Математика .— Воронеж, 2006 .— № 2. – С. 230-234
----	--

### 17. Образовательные технологии, используемые при реализации учебной дисциплины, включая дистанционные образовательные технологии (ДОТ, электронное обучение (ЭО), смешанное обучение):

Информационная лекция, лекция-визуализация, проблемная лекция, консультации, практическое занятие, практическое занятие в форме презентации, самостоятельное изучение материала, контрольная работа, зачет

### 18. Материально-техническое обеспечение дисциплины:

Учебная аудитория: специализированная мебель

Компьютерный класс: специализированная мебель, маркерная доска, персональные компьютеры

WinDjView (GNU General Public License (GPL), бесплатное и/или свободное ПО, лицензия: <https://windjview.sourceforge.io/ru/>);

Maxima (GNU General Public License (GPL), бесплатное и/или свободное ПО, лицензия: <http://maxima.sourceforge.net/faq.html>);

### 19. Оценочные средства для проведения текущей и промежуточной аттестаций

Порядок оценки освоения обучающимися учебного материала определяется содержанием следующих разделов дисциплины:

№ п/п	Наименование раздела дисциплины (модуля)	Компетенция(и)	Индикатор(ы) достижения компетенции	Оценочные средства
1.	Уравнения с нелинейным дифференциалом	ПК-1 ПК-2 ПК - 3	ПК-1.1, ПК-1.2 ПК-2.1, ПК -1.3, ПК-3.3	<i>Доклад</i>
2.	Неидеальное реле. М - переключатель	ПК-1 ПК-2 ПК-3	ПК-1.2, ПК-2.2, ПК-2.3, ПК-3.1, ПК-3.3	<i>доклад, контрольная работа</i>
3	Упор и люфт	ПК-1 ПК-2 ПК-3	ПК-1.2, ПК-2.2, ПК-3.2, ПК-3.3	<i>Доклад, контрольная работа</i>
Промежуточная аттестация форма контроля – экзамен				<i>Перечень вопросов Практическое задание</i>

### 20 Типовые оценочные средства и методические материалы, определяющие процедуры оценивания

#### 20.1 Текущий контроль успеваемости

Контроль успеваемости по дисциплине осуществляется с помощью следующих оценочных средств: *контрольная работа, доклад*

#### Темы докладов

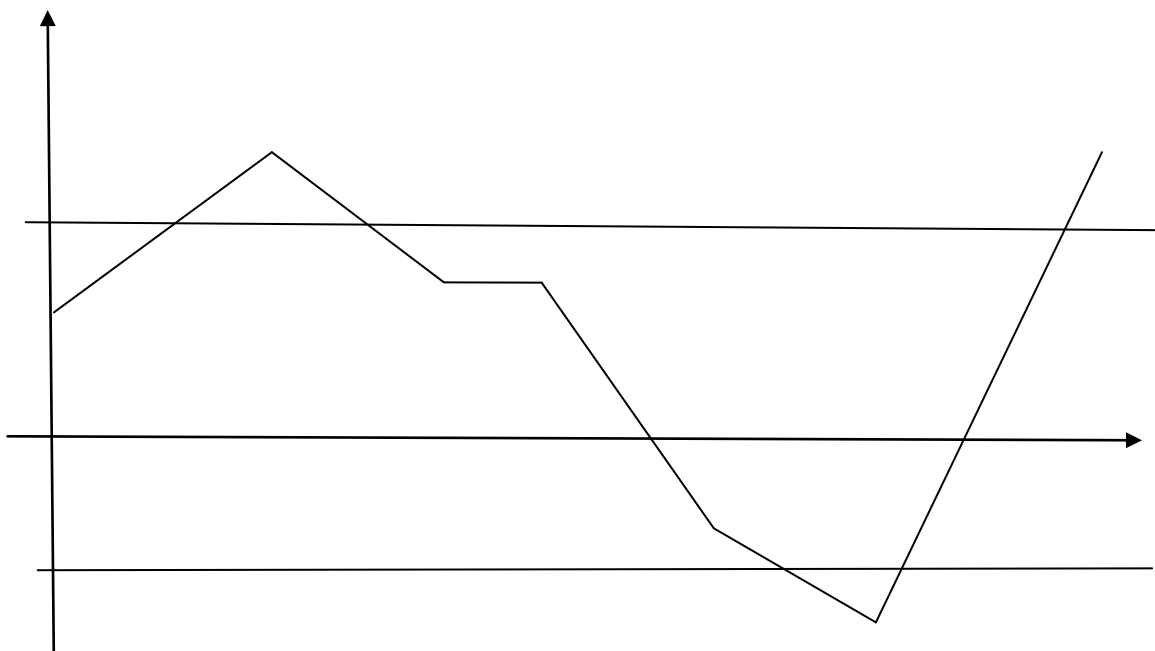
- 1 Описание неидеального реле, модель Красносельского-Покровского.
2. Свойства неидеального реле.

2. Локально явная модель неидеального реле (уравнение, проверка критерия локальной явности, отличия от модели Красносельского-Покровского).
3. "Гладкая" модель неидеального реле Садовского-Нгуен.
4. Формулировка теоремы о степени несовпадения выходов гладкого и локально явного описания неидеального реле.
5. Описание упора. Модель Красносельского-Покровского.
6. Описание люфта. Модель Красносельского-Покровского.
7. Связь между упором и люфтом.
8. Свойства упора и люфта.
8. Модели упора и люфта для гладких входов.
9. Локально явные модели упора и люфта.
10. Гладкое описание упора и люфта.

Требования к выполнению заданий: Обучающийся должен уметь пояснить значения всех используемых им в докладе терминов.

### Примеры заданий для контрольных работ

1. Написать уравнение гладкой модели реле с пороговыми значениями 2 и 3 и входом  $4\sin t$
2. По заданному на рисунке входу нарисуйте выход упора соответствующего отрезку  $[-2;3]$ , если в начальный момент выход равнялся трем.



3. Найти выход неидеального реле, если вход  $u(t) = \frac{1}{(t-2)^2 + 1}$ ,  $x(0) = 0$ ,  $\beta = \frac{1}{2}$ ,  $\alpha = 1$

4. Выходы упора соответствующего отрезку  $[0,1]$  и люфта с  $h = 1$  задаются формулами

$$u(t) = \begin{cases} 1-t, & 0 \leq t < 1, \\ 0, & 1 \leq t < 5, \\ t-5, & 5 \leq t < 6 \\ 1, & t \geq 6. \end{cases} \quad v(t) = \begin{cases} 5, & 0 \leq t < 1, \\ 6-t, & 1 \leq t < 5, \\ 1, & 5 \leq t < 6 \\ t-5, & t \geq 6. \end{cases}$$

Записать реализующий их выход

5. Уравнение с нелинейным дифференциалом имеет сильное решение в некоторой точке  $(t_0, x_0)$ . Можно ли утверждать, что оно является локально явным? Ответ обоснуйте.

6. Построить вход, переводящий реле с пороговыми значениями -1. 3 из состояния  $\{2,0\}$  в состояние  $\{1,1\}$ .

7. Какой гистерезисный элемент описывается уравнением

$$x(t) = \begin{cases} \min\{h, u(t) - u(t_0) + x(t_0)\}, & \text{если } u(t) \text{ не убывает,} \\ \max\{-h, u(t) - u(t_0) + x(t_0)\}, & \text{если } u(t) \text{ не возрастает.} \end{cases}$$

8.  $x, \tilde{x}$  - выходы неидеального реле с пороговыми значениями 2; 6 и 1; 7, соответственно, соответствующий одному входу и совпадающие в начальный момент. Можно ли сравнить их при  $t > t_0$  ?

9. Написать квазипоток, порождаемый уравнением упора, соответствующего отрезку  $[-5,5]$ , применённый к 5.

10. В доказательстве какой теоремы используется обобщенная теорема ван Кампена?

Критерии оценивания компетенций	Уровень сформированности компетенций	Шкала оценок
Обучающийся в полной мере умеет придавать задачам конкретной предметной области математическую форму, исследовать получающуюся математическую модель задачи, выбирать подходящие методы решения задач и, строить математические модели негладких процессов.	<i>Повышенный уровень</i>	<i>Отлично</i>
Обучающийся в целом умеет придавать задачам конкретной предметной области математическую форму, исследовать получающуюся математическую модель задачи, но допускает незначительные ошибки, неточности.	<i>Базовый уровень</i>	<i>Хорошо</i>
Обучающийся, фрагментарно способен придавать задачам конкретной предметной области математическую форму, исследовать получающуюся математическую модель задачи или допускает существенные ошибки.	<i>Пороговый уровень</i>	<i>Удовлетворительно</i>
Обучающийся демонстрирует отрывочные, фрагментарные знания, допускает грубые ошибки.	–	<i>Неудовлетворительно</i>

В ходе контрольной работы обучающемуся выдается КИМ с практическим перечнем заданий и предлагается решить данные задания. В ходе выполнения заданий нельзя пользоваться средствами связи (включая сеть Интернет), но можно любыми печатными и рукописными материалами, ограничение по времени — 90 астрономических минут.

## 20.2 Промежуточная аттестация

Промежуточная аттестация по дисциплине осуществляется с помощью следующих оценочных средств: *экзаменационные билеты*

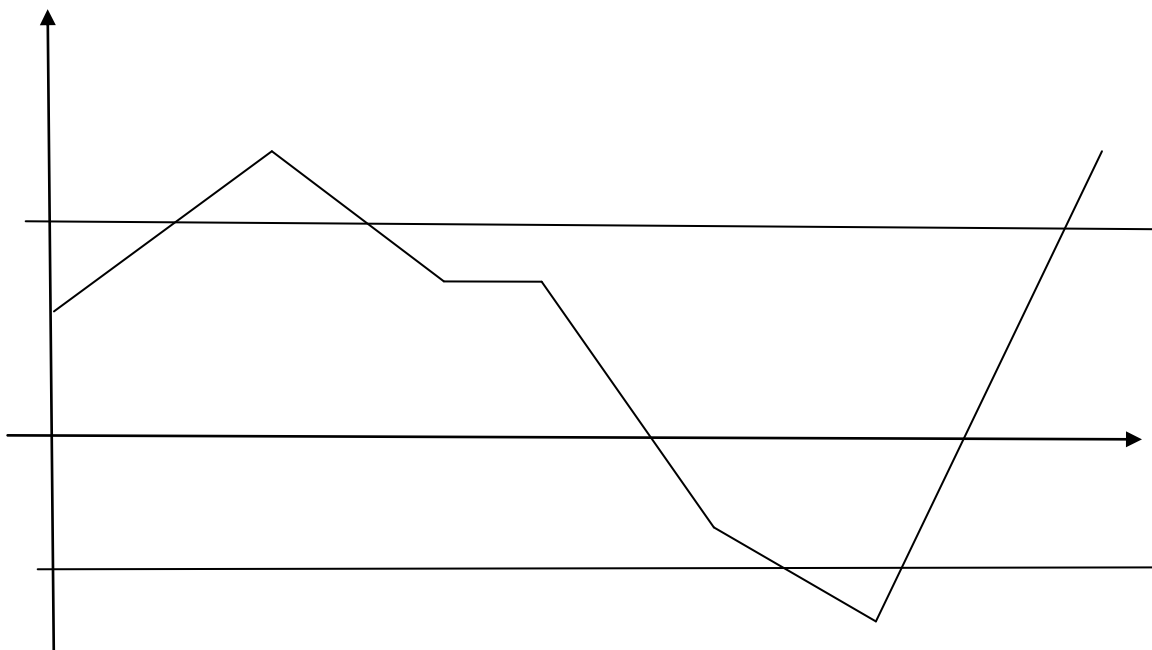
№№ п/п	
--------	--



Темы к текущей аттестации (экзамену)	
1.	Локально явные уравнения (основные определения).
2.	Продолжимость решений локально явного уравнения.
3.	Свойство единственности для класса сильных решений.
4.	Описание неидеального реле, модель Красносельского-Покровского, свойства неидеального реле.
5.	Локально явная модель неидеального реле (уравнение, проверка критерия локальной явности, отличия от модели Красносельского-Покровского).
6.	Монотонность реле по входам.
7.	Монотонность реле по пороговым значениям.
8.	Управляемость реле.
9.	Непрерывная зависимость выхода от входа.
10.	Статичность реле.
11.	“Гладкая” модель неидеального реле Садовского-Нгуен. Формулировка теоремы о степени несовпадения выходов гладкого и локально явного описания неидеального реле.
12.	Новая гладкая модель реле.
13.	Описание упора. Модель Красносельского-Покровского.
14.	Описание люфта. Модель Красносельского-Покровского.
15.	Связь между упором и люфтом. Свойства.
16.	Модели упора и люфта для гладких входов.
17.	Локально явные модели упора и люфта.
18.	Гладкое описание упора и люфта.

### Перечень практических заданий

1. Написать уравнение гладкой модели реле с пороговыми значениями 2 и 3 и входом  $4\sin t$
2. По заданному на рисунке входу нарисуйте выход упора соответствующего отрезку  $[-2;3]$ , если в начальный момент выход равнялся трем.



3. Найти выход неидеального реле, если вход  $u(t) = \frac{1}{(t-2)^2 + 1}$ ,  $x(0) = 0$ ,  $\beta = \frac{1}{2}$ ,  $\alpha = 1$

4. Выходы упора соответствующего отрезку  $[0,1]$  и люфта с  $h = 1$  задаются формулами

$$u(t) = \begin{cases} 1-t, & 0 \leq t < 1, \\ 0, & 1 \leq t < 5, \\ t-5, & 5 \leq t < 6 \\ 1, & t \geq 6. \end{cases} \quad v(t) = \begin{cases} 5, & 0 \leq t < 1, \\ 6-t, & 1 \leq t < 5, \\ 1, & 5 \leq t < 6 \\ t-5, & t \geq 6. \end{cases}$$

Записать реализующий их выход

5. Уравнение с нелинейным дифференциалом имеет сильное решение в некоторой точке  $(t_0, x_0)$ . Можно ли утверждать, что оно является локально явным? Ответ обоснуйте.

6. Построить вход, переводящий реле с пороговыми значениями -1. 3 из состояния  $\{2,0\}$  в состояние  $\{1,1\}$ .

7. Какой гистерезисный элемент описывается уравнением

$$x(t) = \begin{cases} \min\{h, u(t) - u(t_0) + x(t_0)\}, & \text{если } u(t) \text{ не убывает,} \\ \max\{-h, u(t) - u(t_0) + x(t_0)\}, & \text{если } u(t) \text{ не возрастает.} \end{cases}$$

8.  $x, \tilde{x}$  - выходы неидеального реле с пороговыми значениями 2; 6 и 1; 7, соответственно, соответствующий одному входу и совпадающие в начальный момент. Можно ли сравнить их при  $t > t_0$ ?

9. Написать квазипоток, порождаемый уравнением упора, соответствующего отрезку  $[-5,5]$ , применённый к 5.

10. В доказательстве какой теоремы используется обобщенная теорема ван Кампена?

Контрольно-измерительные материалы промежуточной аттестации включают в себя теоретические вопросы, позволяющие оценить уровень полученных знаний и практическое задание, позволяющее оценить степень сформированности умений и навыков.

Критерии оценивания компетенций	Уровень сформированности компетенций	Шкала оценок
Обучающийся в полной мере владеет теоретическими основами дисциплины, умеет формулировать и доказывать основные классические и современные результаты, придавать задачам конкретной предметной области математическую форму, исследовать получающуюся математическую модель задачи, выбирать подходящие методы решения задач и представлять научные результаты в различных форматах, строить математические модели негладких процессов и излагать результаты, способен публично представлять собственные и известные научные результаты.	<i>Повышенный уровень</i>	<i>Отлично</i>
Обучающийся владеет теоретическими основами дисциплины; в целом, умеет формулировать и доказывать основные классические и современные результаты, придавать задачам конкретной предметной области математическую форму, исследовать получающуюся математическую модель задачи, но допускает незначительные ошибки, неточности.	<i>Базовый уровень</i>	<i>Хорошо</i>
Обучающийся частично владеет теоретическими основами дисциплины, фрагментарно способен формулировать и доказывать основные классические и современные результаты,	<i>Пороговый уровень</i>	<i>Удовлетворительно</i>

не умеет придавать задачам конкретной предметной области математическую форму, исследовать получающуюся математическую модель задачи или допускает существенные ошибки.		
Обучающийся демонстрирует отрывочные, фрагментарные знания, допускает грубые ошибки.	–	Неудовлетворительно

### 20.3 Фонд оценочных средств сформированности компетенций студентов, рекомендуемый для проведения диагностических работ

#### 1) закрытые задания (тестовые, средний уровень сложности):

1. 2. В доказательстве какой теоремы используется лемма Цорна?

- 1) Критерий локальной явности,
- 2) теорема о продолжении решения до непродолжимого
- 3) Теорема о единственности для локально явных уравнений

Ответ: 2

2.  $X, \tilde{X}$  - выходы неидеального реле с пороговыми значениями 2; 6 и 3; 7, соответственно, соответствующий одному входу и совпадающие в начальный момент. Что можно сказать о их значениях при  $t > t_0$  ?

- 1)  $X \leq \tilde{X}$
- 2)  $X \geq \tilde{X}$
- 3) нельзя сказать точно

Ответ: 2

Решение: так как  $2 < 3$  и  $6 < 7$ , то в силу монотонность по пороговым значениям (антимонотонности)  $X(t) \geq \tilde{X}(t)$  при  $t > t_0$ .

3. Функция  $X = \varphi(t)$  является решением уравнения с нелинейным дифференциалом, поэтому она

- 1) Дифференцируема,
- 2) непрерывна,
- 3) непрерывна слева.

Ответ: 3

Решение: по определению.

4.. Квазипоток, порожденный уравнением

$$X(t + dt) - X(t) = D(t, X(t), dt) + o(dt),$$

задается равенством

$$1) \gamma_t^{t+dt} X = X + D(t, X, dt) + o(dt),$$

$$\gamma_t^{t+dt} X = D(t, X, dt) + o(dt),$$

2)

$$3) \gamma_t^{t+dt} X = X + D(t, X, dt)$$

Ответ: 3

Решение: по определению.

5.  $X, \tilde{X}$  - выходы неидеального реле с одинаковыми пороговыми значениями, совпадающие при  $t = 0$  и соответствующие входам  $4 \sin t, |4 \sin t|$ . Что можно сказать о их значениях при  $t > t_0$  ?

- 1)  $X \leq \tilde{X}$
- 2)  $X \geq \tilde{X}$
- 3) нельзя сказать точно

Ответ: 1

Решение: так как  $4 \sin t \leq |4 \sin t|$ , то в силу монотонность по входам  $X(t) \leq \tilde{X}(t)$  при  $t > t_0$

6. Гладкую модель Нгуен-Садовского можно использовать для построения выхода неидеального реле, соответствующего входу  $4 \sin t$ , если пороговые значения равны

1. -4 и 4
2. -2 и 2
3. -4 и 2
4. -2 и 4

Ответ: 2

Решение. Гладкую модель Нгуен-Садовского можно использовать, если вход в точках локального минимума не равен нижнему пороговому значению, а в точках локального максимума – верхнему.

7. Гладкую модель Нгуен-Садовского можно использовать для построения выхода неидеального реле с пороговыми значениями 2 и 3, если вход равен

1.  $4 \cos t$
2.  $2 \sin t$
3.  $3 \cos t$
4.  $3 \sin t$

Ответ: 1

Решение. Гладкую модель Нгуен-Садовского можно использовать, если вход в точках локального минимума не равен нижнему пороговому значению, а в точках локального максимума – верхнему.

8.  $X, \tilde{X}$  - выходы неидеального реле, соответствующий одному входу и совпадающие в начальный момент. Можно утверждать, что  $X \geq \tilde{X}$  при  $t > t_0$ , если пороговые значения этих реле равны соответственно

1. 2; 6 и 1; 7
2. 1; 6 и 2; 7
3. 2; 7 и 1; 6
4. Ни в каком случае

Ответ: 2

Решение: В силу монотонность по пороговым значениям (антимонотонности), в указанных условиях  $X(t) \geq \tilde{X}(t)$  при  $t > t_0$ , если  $\alpha \leq \tilde{\alpha}$  и  $\beta \leq \tilde{\beta}$ .

9. Выходы упора соответствующего отрезку  $[0,1]$  и люфта с  $h = 1$  задаются формулами

$$u(t) = \begin{cases} 1-t, & 0 \leq t < 1, \\ 0, & 1 \leq t < 5, \\ t-5, & 5 \leq t < 6 \\ 1, & t \geq 6. \end{cases} \quad v(t) = \begin{cases} 5, & 0 \leq t < 1, \\ 6-t, & 1 \leq t < 5, \\ 1, & 5 \leq t < 6 \\ t-5, & t \geq 6. \end{cases}$$

Реализующий их выход задается формулой

1.  $\sigma(t) = |t-1|$
2.  $\sigma(t) = |t-5|$
3.  $\sigma(t) = |t-6|$
4.  $\sigma(t) = |t|$

Ответ: 2

Решение: В указанных условиях (упора соответствует отрезку  $[0,1]$  и люфт с  $h = 1$ ) справедливо равенство:

$$u(t) + v(t) = \sigma(t) + 1$$

10.  $X, \tilde{X}$  - выходы неидеального реле с одинаковыми пороговыми значениями, совпадающие при  $t = 0$ . Можно утверждать, что  $X \leq \tilde{X}$  при  $t > 0$ , если они соответствуют входам

- 1)  $\sigma(t) = 4 \sin t, \tilde{\sigma}(t) = |4 \sin t|$ .
- 2)  $\sigma(t) = 4 \sin t, \tilde{\sigma}(t) = 4 \cos t$

$$3) \sigma(t) = 4\sin t, \tilde{\sigma}(t) = 2\sin t$$

Ответ: 1

Решение: В силу монотонность по входам, в указанных условиях  $x(t) \leq \tilde{x}(t)$  при  $t > 0$ , если  $\sigma(t) \leq \tilde{\sigma}(t)$ .

$$11. \text{ Локально явное уравнение } u(t+dt) - u(t) + o(dt) = \begin{cases} \sigma(t+dt) - \sigma(t), & \text{если } u(t) \in (\alpha, \beta), \\ \sigma(t+dt) - \max_{t \leq s \leq t+dt} \sigma(s), & \text{если } u(t) = \beta, \\ \sigma(t+dt) - \min_{t \leq s \leq t+dt} \sigma(s), & \text{если } u(t) = \alpha \end{cases}$$

является математической моделью

1. Реле
2. упора
3. люфта

Ответ: 2

$$12. \text{ Локально явное уравнение } \Delta v(t) + o(dt) = \begin{cases} \max_{t \leq s \leq t+dt} \sigma(s) - \sigma(t), & \text{если } \sigma(t) = v(t), \\ \min_{t \leq s \leq t+dt} \sigma(s) - \sigma(t), & \text{если } \sigma(t) = v(t) - h, \\ 0, & \text{в остальных случаях.} \end{cases}$$

является математической моделью

1. Реле
2. упора
3. люфта

Ответ: 3

13. Для гладких входов решение дифференциального уравнения:

$$\dot{\varphi}(t) = \begin{cases} \dot{\sigma}(t), & \text{если } \varphi(t) \in (\alpha, \beta); \\ \max\{0, \dot{\sigma}(t)\}, & \text{если } \varphi(t) = \alpha; \\ \min\{0, \dot{\sigma}(t)\}, & \text{если } \varphi(t) = \beta. \end{cases}$$

описывает выход:

1. Реле
2. люфта
3. Упора

Ответ: 3

14. Для гладких входов решение дифференциального уравнения:

$$\dot{\psi}(t) = \begin{cases} 0, & \text{если } \psi(t) \in (\sigma(t), \sigma(t) + h); \\ \max\{0, \dot{\sigma}(t)\}, & \text{если } \psi(t) = \sigma(t); \\ \min\{0, \dot{\sigma}(t)\}, & \text{если } \psi(t) = \sigma(t) + h. \end{cases}$$

описывает выход:

- 1) Реле
- 2) люфта
- 3) Упора

Ответ: 2

15. Для монотонных входов уравнением

$$v(t) = \begin{cases} v(t_0), & \text{если } v(t_0) - h \leq \sigma(t) \leq v(t_0), \\ \sigma(t), & \text{если } \sigma(t) \geq v(t_0), \\ \sigma(t) + h, & \text{если } \sigma(t) \leq v(t_0) - h. \end{cases}$$

Описывается выход

- 1) Реле
- 2) люфта
- 3) Упора

Ответ: 2

2) открытые задания (тестовые, повышенный уровень сложности):

1. Какой гистерезисный элемент описывается уравнением

$$x(t) = \begin{cases} \min\{h, u(t) - u(t_0) + x(t_0)\}, & \text{если } u(t) \text{ не убывает,} \\ \max\{-h, u(t) - u(t_0) + x(t_0)\}, & \text{если } u(t) \text{ не возрастает.} \end{cases}$$

(Ввести одно слово)

Ответ: упор

Решение: по определению.

2. Выход реле с пороговыми значениями 2 и 3 и входом  $4 \sin \sqrt{t}$  при  $t = \frac{4\pi^2}{9}$  равен...

Ответ: 1

Решение: так как входом был достигнут верхней порог (3) и после этого не достигнут нижний, то выход равен 1.

3. Выход люфта с  $h = 1$  соответствующий входу  $\sigma(t) = |t^2 - 4t|$  и начальному значению  $u(0) = 1$  при  $t = 10$  равен ....

Ответ: 60

Решение: при  $t > 4$  вход возрастает, поэтому  $u(t) = \sigma(t)$  при всех  $t$ , при которых  $\sigma(t) \geq u(4)$ ,  
 $\sigma(10) = 60 > u(4)$ .

4. Уравнение с нелинейным дифференциалом:

$$\Delta x(t) + o(dt) = \begin{cases} 1, & \text{если } \sigma(t) = \beta, x(t) = 0 \text{ и } dt > 0 \\ -1, & \text{если } \sigma(t) = \alpha, x(t) = 1 \text{ и } dt > 0 \\ 0, & \text{в остальных случаях} \end{cases}$$

описывает выход....(ввести одно слово)

Ответ: реле

Выход упора соответствующий отрезку  $[-4, 0]$ , входу  $\sigma(t) = |t^2 - 4t|$  и начальному значению  $u(0) = -1$  при  $t = 10$  равен ....

Ответ: 0

Решение: при  $t > 4$  вход возрастает, поэтому

$$u(t) = \min\{0, \sigma(t) - \sigma(4) + u(4)\} = \min\{0, 60 + u(4)\} = 0.$$

11. Класс сильных решений уравнения с нелинейным дифференциалом обладает свойством единственности .....

Ответ: вправо

12. Уравнение вида  $x(t + dt) - x(t) = D(t, x(t), dt) + o(dt)$  называется уравнением с нелинейным ....

Ответ: дифференциалом

13. Любое решение уравнения с нелинейным дифференциалом может быть продолжено до....

Ответ: непродолжимого

14. Если для любого  $t \in \tilde{I}$  существует такое  $\delta > 0$ , что при  $dt \in [0, \delta)$  выполняется равенство:

$$\varphi(t + dt) - \varphi(t) - D(t, \varphi(t), dt) = 0, \text{ то решение } \varphi \text{ называется ....}$$

Ответ: сильным.

15. Уравнения с нелинейным дифференциалом, для которых задача Коши всегда разрешима в классе сильных решений называются ..... явными

Ответ: локально

16. Если квазипоток, порожденный уравнением с нелинейным дифференциалом, непрерывен слева по  $dt$  и локально обладает полугрупповым свойством, то уравнение называется локально ...

Ответ: явным

17. Локально явное уравнение неидеального реле имеет только .... решения

Ответ: сильные

18. Неидеальное реле монотонно по входам и ..... значениям

Ответ: пороговым

19. Любое решение локально явного уравнения упора является .....

Ответ: сильным

20. Оператор упора удовлетворяет условию Липшица относительно входной с константой

Ответ: 2

### **Критерии и шкалы оценивания заданий ФОС:**

#### 1) Задания закрытого типа (выбор одного варианта ответа, верно/неверно):

- 1 балл – указан верный ответ;
- 0 баллов – указан неверный ответ.

#### 2) Задания закрытого типа (множественный выбор):

- 2 балла – указаны все верные ответы;
- 0 баллов — указан хотя бы один неверный ответ.

#### 3) Задания закрытого типа (на соответствие):

- 2 балла – все соответствия определены верно;
- 0 баллов – хотя бы одно сопоставление определено неверно.

#### 4) Задания открытого типа (короткий текст):

- 2 балла – указан верный ответ;
- 0 баллов – указан неверный ответ.

#### 5) Задания открытого типа (число):

- 2 балла – указан верный ответ;

- 0 баллов – указан неверный ответ.

**Задания раздела 20.3 рекомендуются к использованию при проведении диагностических работ с целью оценки остаточных результатов освоения данной дисциплины (знаний, умений, навыков).**